

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۶) - صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی - مهندسی مدیریت پروژه (۱۱۱۱۱۱۰) زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

فیزیک (۱۱۱۱۰۲۰) - کامپیوتر (۱۱۱۱۰۹۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۸۴) - فناوری اطلاعات (۱۱۱۱۱۰۱) آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

امام علی^(ع): شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.۱. معادله دیفرانسیل از کمترین مرتبه که جواب عمومی آن $y = a \sin (bx + c)$ باشد کدام است؟

الف. $y'y''' - yy'' = 0$ ب. $yy''' - y'y'' = 0$

ج. $yy''' + y'y'' = 0$ د. $y'y''' + yy'' = 0$

۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y' = \tan^p (x + y - 3)$ کدام است؟

الف. $x = \frac{1}{p}(x + y - 3) + \frac{1}{p} \sin (px + py - 6) + c$

ب. $y = \frac{1}{p}(x + y - 3) - \frac{1}{p} \cos (px + py - 6) + c$

ج. $py = (x + y - 3) - \frac{1}{p} \cos (px + py - 6) + c$

د. $px = (x + y - 3) + \frac{1}{p} \sin (x + y - 3) + c$

۳. نوع معادله $y' = \frac{y}{x + \sqrt{xy}}$ کدام است؟

الف. همگن ب. تفکیک پذیر ج. برنولی د. کامل

۴. عامل انتگرال ساز معادله $(-3xy + 2y^3)dx + (x^p + xy^p)dy = 0$ عبارت است از:

الف. $\frac{x}{y^p}$ ب. $\frac{x^p}{y}$ ج. $\frac{y}{x^p}$ د. $\frac{y^p}{x}$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۶) - صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی - مهندسی مدیریت پروژه (۱۱۱۱۱۱۰) زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

فیزیک (۱۱۱۱۰۲۰) - کامپیوتر (۱۱۱۱۰۹۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۸۴) - فناوری اطلاعات (۱۱۱۱۱۰۱) آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

۵. جواب عمومی معادله خطی $x^p y' + 3xy = \frac{\sin x}{x}$ کدام است؟

ب. $y = \frac{c + \sin x}{x^3}$

الف. $y = \frac{c - \cos x}{x^2}$

د. $y = \frac{c + \sin x}{x^p}$

ج. $y = \frac{c - \cos x}{x^3}$

۶. جواب عمومی معادله $xdy - ydx = xy^3 dy$ عبارت است از:

ب. $x = ye^{\frac{y^3}{3} + c}$

الف. $y = x(\frac{y^3}{3} + c)$

ج. $y = cx e^{\frac{y^3}{3}}$

د. $y = x \ln(x^3 + c)$

۷. جواب منفرد معادله کلرو $x = y^p + \frac{y}{y'}$ برابر است با:

د. $y = \frac{x\sqrt{x}}{9}$

ج. $y = \frac{px\sqrt{x}}{3}$

ب. $y = \frac{px}{3} \sqrt{\frac{x}{3}}$

الف. $y = \frac{x}{3} \sqrt{\frac{x}{3}}$

۸. پوش خانواده منحنی $y = pcx - c^p$ کدام است؟

د. $y = x^p$

ج. $y = x$

ب. $y = x^3$

الف. $y = px$

۹. رونسکینی جواب‌های مستقل خطی معادله $x^p y'' - 3xy' + 4y = 0$ کدام است؟

ب. $x^p \ln x$

الف. صفر

د. x^p

ج. x^3

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۶) - صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی - مهندسی مدیریت پروژه (۱۱۱۱۱۱۰) زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

فیزیک (۱۱۱۱۰۲۰) - کامپیوتر (۱۱۱۱۰۹۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۸۴) - فناوری اطلاعات (۱۱۱۱۱۰۱) آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

۱۰. جواب عمومی معادله دیفرانسیل همگن $y'' + 2y' + y = 0$ برابر کدام گزینه است؟

الف. $y = c_1 \sin x + c_2 \cos x + c_3 \sin 2x + c_4 \cos 2x$

ب. $y = c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + c_4 x^3$

ج. $y = (c_1 \sin x + c_2 \cos x)^2$

د. $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x + x(c_3 \cos x + c_4 \sin x)$

۱۱. صورت کلی جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $y''' + y' = 2x^2 + 4 \sin x$ به روش ضرائب نامعین کدام است؟

الف. $y_p = Ax^3 + Bx + C + D \cos x + E \sin x$

ب. $y_p = Ax^2 + B \sin x$

ج. $y_p = Ax^3 + Bx^2 + Cx + Dx \cos x + Ex \sin x$

د. $y = Ax^2 + Bx + C + Dx \cos x + Ex \sin x$

۱۲. در بسط تیلور جواب معادله دیفرانسیل $y' = 1 + y^2$ با $y(0) = 1$ ضرب x^3 برابر است با:

الف. $\frac{8}{3}$ ب. $\frac{3}{8}$ ج. 2 د. $-\frac{8}{3}$

۱۳. جوابهای معادله شاخص معادله دیفرانسیل $y'' + 2y' + y = 0$ برابر است با:

الف. $1, 1$ ب. $0, \frac{1}{2}$ ج. $2, \frac{1}{2}$ د. $1, -1$

۱۴. بین توابع بسل مرتبه n - ام کدام رابطه برقرار است؟

الف. $J_{-n}(x) + J_n(x) = 0$ ب. $J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x)$

ج. $J_{-n}(x) = J_n(x)$ د. $J_{-n}(x) + (-1)^n J_n(x) = 0$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

روشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۶) - صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی - مهندسی مدیریت پروژه (۱۱۱۱۱۱۰) زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

فیزیک (۱۱۱۱۰۲۰) - کامپیوتر (۱۱۱۱۰۹۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۸۴) - فناوری اطلاعات (۱۱۱۱۱۰۱) آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

۱۵. جواب عمومی دستگاه معادلات دیفرانسیل

$$\begin{cases} (D^2 + D + 1)x_1 + (D + 1)x_2 = \cos t \\ D^2 x_1 + Dx_2 = t^2 + 1 \end{cases}$$

شامل چند ثابت می باشد؟

الف. ۳ ب. ۴ ج. ۲ د. ۱

۱۶. کدامیک از توابع زیر تبدیل لاپلاس معکوس ندارند؟

الف. $\frac{e^{-2s}}{s}$ ب. $\tan^{-1} \frac{1}{s}$ ج. $\ln(1 + \frac{1}{s^2})$ د. $\tan s$

۱۷. حاصل انتگرال $\int_0^{\infty} \frac{e^{-x} - e^{-4x}}{x} dx$ برابر است با:

الف. $\ln 2$ ب. $\ln 3$ ج. $2 \ln 2$ د. $3 \ln 3$

۱۸. تبدیل لاپلاس معکوس تابع $F(s) = \frac{2s}{s^2 + 2s + 5}$ کدام است؟

الف. $f(t) = e^{-t} (2 \cos 2t + \sin 2t)$ ب. $f(t) = e^t (2 \cos 2t - \sin 2t)$

ج. $f(t) = e^t (\cos 2t - 2 \sin 2t)$ د. $f(t) = e^{-t} (2 \cos 2t - \sin 2t)$

۱۹. تبدیل لاپلاس جواب معادله دیفرانسیل $y'' - 3y' + 2y = e^{-t}$ با $y(0) = 0$ و $y'(0) = 1$ کدام است؟

الف. $\frac{s+2}{(s+1)(s-1)(s-2)}$ ب. $\frac{s-2}{(s+1)(s-1)(s+2)}$

ج. $\frac{s+1}{(s-1)(s-2)(s+2)}$ د. $\frac{s-1}{(s+1)(s+2)(s-2)}$

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی و کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۳۶) - صنایع، مهندسی مدیریت اجرایی - مهندسی مدیریت پروژه (۱۱۱۱۱۱۰) زمان آزمون: تستی: ۷۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه

فیزیک (۱۱۱۱۰۲۰) - کامپیوتر (۱۱۱۱۰۹۴) - آموزش ریاضی (۱۱۱۱۲۸۴) - فناوری اطلاعات (۱۱۱۱۱۰۱) آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱) استفاده از: — مجاز است.

۲۰. تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t < 4 \\ 3 & t \geq 4 \end{cases}$ کدام است؟

$$F(s) = \frac{1 - e^{-4s} - se^{-4s}}{s^2} \quad \text{ب.}$$

$$F(s) = \frac{1 + e^{-4s} + se^{-4s}}{s^2} \quad \text{الف.}$$

$$F(s) = \frac{1}{s^2} + \frac{3}{s} \quad \text{د.}$$

$$F(s) = \frac{1 - e^{-4s} + se^{-4s}}{s^2} \quad \text{ج.}$$

«سؤالات تشریحی»

بارم هر سؤال: ۲ نمره

۱. معادلات مرتبه اول زیر را حل کنید.

$$\text{الف. } y dx + [(x^2 + 1) \cot y - 1] dy = 0$$

$$\text{ب. } y' + \frac{y}{x} = \sqrt{xy}$$

۲. جواب معادله $y'' - 2y' + 2y = e^x \tan x$ را با روش تغییر پارامتر محاسبه کنید.۳. جواب معادله $y'' - xy' - 2y = 0$ را با استفاده از سری‌های توانی حول $x = 0$ بدست آورید.

۴. دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} (D+1)x_1 + (D+1)x_2 = 1 \\ D^2 x_1 - Dx_2 = t-1 \end{cases}$$

۵. معادله انتگرالی زیر را با استفاده از تبدیلات لاپلاس حل کنید.

$$y(t) = \cos 3t - 3e^{3t} \int_0^t y(u) e^{-3u} du$$



کلید تشریحی

بانک سؤال

پاسخ سؤالات تشریحی درس: معادلات دیفرانسیل
رشته: ریاضی - فیزیک - کامپیوتر - صفحه: ۱
صنایع - ابراهیم - پروردگار - آموزش - ریاضی - فناوری اطلاعات
سال تحصیلی ۸۸-۸۹ نیمسال اول
نیمسال دوم
بارم هر سؤال تشریحی: ۲ نمره

۱-

الف) این معادله را یافتن عامل انتگرال ساز به معادله کامل تبدیل می شود:

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{-M} = \frac{-2x \cot y}{-2x} = \cot y \Rightarrow \int \cot y dy = \ln \sin y = e^{\ln \sin y} = \sin y$$

$$\Rightarrow 2x \sin y + [(x^2+1) \cos y - \sin y] dy = 0 \quad \text{کامل}$$

$$f(x,y) = \int [(x^2+1) \cos y - \sin y] dy = (x^2+1) \sin y + \cos y = C$$

بمعاین معادله برنولی است. داریم:

$$y' y^{-1/2} + \frac{y^{1/2}}{x} = \sqrt{x} \quad z = y^{1/2} \Rightarrow z' = \frac{1}{2} y^{-1/2} y' \Rightarrow 2z' = y' y^{-1/2} \Rightarrow 2z' + \frac{z}{x} = \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow z' + \frac{z}{2x} = \frac{\sqrt{x}}{2} \quad \text{خطی} \quad \mu = e^{\int \frac{1}{2x} dx} = e^{\frac{1}{2} \ln x} = \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} z' + \frac{z}{2\sqrt{x}} = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{d}{dx} (z \sqrt{x}) = \frac{x}{2} \Rightarrow d(z \sqrt{x}) = \frac{x}{2} dx \Rightarrow z \sqrt{x} = \frac{x^2+C}{4}$$

$$\Rightarrow z = \frac{x^2+C}{4\sqrt{x}} \Rightarrow \sqrt{y} = \frac{x^2+C}{4\sqrt{x}} \Rightarrow y = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{x^2+C}{x}}$$

$$y'' - 2y' + 2y = 0 \Rightarrow \lambda^2 - 2\lambda + 2 = 0 \Rightarrow \lambda = 1 \pm i \Rightarrow y_p = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$W = \begin{vmatrix} e^x \cos x & e^x \sin x \\ e^x \cos x - e^x \sin x & e^x \sin x + e^x \cos x \end{vmatrix} = e^{2x} \quad y_1 = e^x \cos x \quad y_2 = e^x \sin x$$

$$u = - \int \frac{y_2 h(x)}{W} dx = - \int \frac{e^x \sin x \cdot e^x \tan x}{e^{2x}} dx = - \int \frac{\sin^2 x}{\cos x} dx = - \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos x} dx = \int (\cos x - \sec x) dx = \sin x - \ln |\sec x + \tan x|$$

$$v = \int \frac{y_1 h(x)}{W} dx = \int \frac{e^x \cos x \cdot e^x \tan x}{e^{2x}} dx = \int \sin x dx = -\cos x \Rightarrow y_p = u y_1 + v y_2$$

$$\Rightarrow y = y_p + y_h = e^x (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + [-\cos x - \ln |\sec x + \tan x|] e^x \cos x + [-\cos x - \ln |\sec x + \tan x|] e^x \sin x$$



۱۳۸۰-۲۰

۱۱۱۱۱۰

۱۱۱۱۰۹۴

۱۱۱۱۲۸۴ - ۱۱۱۱۰۳۶

۱۱۱۱۰۱

دانشگاه پیام نور

ادامه کتید تشریحی

بانک سؤال

پاسخ سؤالات تشریحی درس: معادلات دیفرانسیل
 رشته: ریاضی - فیزیک / مهندسی / کامپیوتر / ...
 آزمون: آزمون تشریحی ریاضی - فیزیک / ...

نیمسال دوم

نیمسال اول ۸۸-۸۹

۳-

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n \Rightarrow y' = \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^{n-1} \Rightarrow y'' = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2}$$

$$\Rightarrow y'' - x y' - 2y = \sum_{n=2}^{\infty} n(n-1) a_n x^{n-2} - \sum_{n=1}^{\infty} n a_n x^n - 2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} (n+2)(n+1) a_{n+2} x^n - \sum_{n=0}^{\infty} n a_n x^n - 2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 0 \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} [(n+2)(n+1) a_{n+2} - (n+2) a_n] x^n = 0$$

$$\Rightarrow (n+2)(n+1) a_{n+2} - (n+2) a_n = 0 \Rightarrow a_{n+2} = \frac{a_n}{n+1}$$

$$\text{برای } n: a_2 = \frac{a_0}{1} = a_0$$

$$a_4 = \frac{a_2}{3} = \frac{a_0}{3}$$

$$a_6 = \frac{a_4}{5} = \frac{a_0}{5 \times 3}$$

$$a_8 = \frac{a_6}{7} = \frac{a_0}{7 \times 5 \times 3}$$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow a_{2n} = \frac{a_0}{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)}$$

$$\text{برای } n: a_3 = \frac{a_1}{1}$$

$$a_5 = \frac{a_3}{3} = \frac{a_1}{3 \times 1}$$

$$a_7 = \frac{a_5}{5} = \frac{a_1}{5 \times 3 \times 1}$$

$$a_9 = \frac{a_7}{7} = \frac{a_1}{7 \times 5 \times 3 \times 1}$$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow a_{2n+1} = \frac{a_1}{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n+1)}$$

$$\Rightarrow y = a_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n-1)} + a_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n+1)}$$

۴- مثال ۲-۲-۱۹ صفحه ۵۲ کتاب معادلات دیفرانسیل پیام نور بخش دوم

۵-

$$y(t) = C_1 e^{\sqrt{3}t} - \sqrt{3} \int_0^t y(u) e^{\sqrt{3}(t-u)} du \Rightarrow F(s) = \frac{S}{s^2+9} - \sqrt{3} \cdot \frac{1}{s-\sqrt{3}} F(s)$$

$$\Rightarrow (1 + \frac{\sqrt{3}}{s-\sqrt{3}}) F(s) = \frac{S}{s^2+9} \Rightarrow \frac{S}{s-\sqrt{3}} F(s) = \frac{S}{s^2+9} \Rightarrow F(s) = \frac{S-\sqrt{3}}{s^2+9} = \frac{S}{s^2+9} - \frac{\sqrt{3}}{s^2+9}$$

$$\Rightarrow f(t) = y(t) = C_1 e^{\sqrt{3}t} - \sin \sqrt{3}t$$

معادلات 88-89 ترم 2

	پاسخ صحیح
1	ب
2	الف
3	الف
4	الف
5	ج
6	ج
7	ب
8	د
9	ج
10	د
11	ج
12	الف
13	ب
14	ب
15	د
16	د
17	ج
18	د
19	الف
20	ب