

بسم الله الرحمن الرحيم
اللهم صل على محمد و آل محمد



www.egza.tk

برای دریافت سوالات دروس دیگر
می توانید به آدرس زیر مراجعه کنید

معادلات دیفرانسیل نیمسال اول ۸۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست

۱. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y' = \frac{x-y+1}{x-y-1}$ کدام است؟

الف. $(x-y)^2 + 2(x+y) = c$ ب. $2(x-y) + (2x+y)^2 = c$

ج. $2(x-y) + (x+y)^2 = c$ د. $(x-y)^2 + (2x+y)^2 = c$

۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x^2 dy - y dx = x^2 dy$ کدام است؟

الف. $y' = cx(1-x)$ ب. $xy' = c(1-x)$ ج. $(1-x)y' = cx$ د. $y = x(c-x)$

۳. کدامیک از توابع زیر ممکن از درجه صفر است؟

الف. $x + \sqrt{xy}$ ب. $tg \frac{x}{y}$ ج. $x^2 + xy$ د. $x \sin \frac{x}{y}$

۴. معادله دیفرانسیل دسته منحنی $\ln \frac{x}{y} = cy + 1$ کدام است؟

الف. $y + xy' \ln \frac{y}{x} = 0$ ب. $y' + xy' \ln \frac{y}{x} = 0$

ج. $y' + xy' \ln \frac{x}{y} = 0$ د. $y + xy' \ln \frac{x}{y} = 0$

۵. مسیرهای قائم (متعامد) دسته منحنی $x^2 + y^2 = at^2$ کدام است؟

الف. $y = \frac{c}{x}$ ب. $y' = cx^2$ ج. $y' = e^{cx}$ د. $y = cx$

۶. اگر تابع g جوابی از معادله دیفرانسیل $y'' + 2y' - 15y = 0$ با شرایط اولیه $g(0) = 1$ ، $g'(0) = 0$ باشد. مقدار $g''(0)$ کدام است؟

الف. ۱۵ ب. ۱۳ ج. ۸ د. ۷

۷. جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $y''' + 3y'' + 3y' + y = xe^{-x}$ کدام است؟

الف. $y_p = Ax^2 e^{-x}$ ب. $y_p = (Ax + B)x^2 e^{-x}$

ج. $y_p = (Ax + B)x^3 e^{-x}$ د. $y_p = (Ax + B)xe^{-x}$

۸. جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $y'' - 3y' + 2y = \sin(e^{-x})$ کدام است؟

الف. $2x \sin(e^{-x})$ ب. $e^{2x} \cos(e^{-x})$ ج. $-e^{2x} \cos(e^{-x})$ د. $-e^{2x} \sin(e^{-x})$

۹. رونسکین جواب های معادله ی دیفرانسیل $4y'' - 8y' + 3y = 0$ کدام است؟

الف. e^x ب. $e^{\frac{3}{2}x}$ ج. e^{2x} د. $-e^{\frac{5}{2}x}$

۱۰. اگر سری $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جواب معادله دیفرانسیل $y(0) = 1$ باشد آنگاه مقدار a_3 کدام است؟

- الف ۱ ب $\frac{3}{2}$ ج ۳ د $\frac{5}{3}$

۱۱. نقاط $x = 0$ و $x = 2$ برای معادله دیفرانسیل $(x-2)x^2 y'' - y' \sin x + y = 0$ چه نقاطی هستند؟

- الف $x = 0$ نقطه‌ی مفرد نامنظم و $x = 2$ نقطه‌ی مفرد منظم است.
 ب $x = 0$ نقطه‌ی مفرد منظم و $x = 2$ نقطه‌ی مفرد نامنظم است.
 ج هر دو نقطه مفرد منظم است.
 د هر دو نقطه مفرد نامنظم است.

۱۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x^2 y'' + xy' - y = 0$ کدام است؟

- الف $y = c_1 x + \frac{c_2}{x^2}$ ب $y = c_1 + \frac{c_2}{x}$
 ج $y = c_1 x + \frac{c_2}{x}$ د $y = c_1 + \frac{c_2}{x^2}$

۱۳. اگر $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جوابی به صورت سری توانی برای مسئله با مقدار اولیه $y(0) = y'(0) = 1$ باشد آنگاه $y'' + xy = 0$ باشد آنگاه ضریب x^7 کدام است؟

- الف $-\frac{1}{6}$ ب $-\frac{1}{4}$ ج $\frac{1}{3}$ د $\frac{1}{2}$

۱۴. اگر $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جواب معادله‌ی $y'' - xy' + y = 0$ باشد آنگاه

- الف $a_{n+2} = \frac{n-2}{(n+2)(n+1)} a_n$ ب $a_{n+2} = \frac{n-1}{(n+2)(n+1)} a_n$

- ج $a_{n+1} = \frac{n-2}{(n+2)(n+1)} a_n$ د $a_{n+1} = \frac{n-1}{(n+2)(n+1)} a_n$

۱۵. تعداد جوابهای دستگاه $\begin{cases} (D+1)x_1 + (D+1)x_2 = 0 \\ (D-1)x_1 + (D-1)x_2 = 0 \end{cases}$ کدام است؟

- الف جواب ندارد ب نهایت یک دسته جواب دارد
 ج دو دسته جواب دارد د بی نهایت جواب دارد

۱۶. جواب عمومی دستگاه
$$\begin{cases} (2D-1)x_1 + (D+4)x_2 = 1 \\ Dx_1 - Dx_2 = t-1 \end{cases}$$
 دارای چند ثابت اختیاری است؟

الف. دو ثابت اختیاری ب. یک ثابت اختیاری ج. سه ثابت اختیاری د. ثابت اختیاری ندارد

۱۷. تبدیل لاپلاس تابع $\int_0^t (x + e^x) dx$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{s^3} + \frac{1}{s(s-1)}$ ب. $\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s+1}$ ج. $\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s-1}$ د. $\frac{1}{s^3} - \frac{1}{s(s-1)}$

۱۸. $F(s) = \frac{1}{s+3}$ تبدیل لاپلاس کدام تابع است؟

الف. e^{-3t} ب. e^{3t} ج. $\frac{1}{3}e^t$ د. $-\frac{1}{3}e^t$

۱۹. اگر $F(s)$ تبدیل لاپلاس $f(t)$ باشد آنگاه حاصل $\lim_{s \rightarrow \infty} F(s)$ کدام است؟

الف. یک ب. صفر ج. وجود ندارد د. ∞

۲۰. تبدیل معکوس $\frac{1}{s^2 - 4s + 5}$ کدام است؟

الف. $e^{-2t} \sin t$ ب. $e^{2t} \cos t$ ج. $e^{-2t} \cos t$ د. $e^{2t} \sin t$

سوالات تشریحی:

۱. یک عامل انتگرال‌ساز برای معادله دیفرانسیل $(x^2y + x^2y + \frac{y^3}{3})dx + (x^2 + y^2)dy = 0$ پیدا کنید.

۲. جواب خصوصی (آزمایشی) معادله دیفرانسیل $y'' - 9y = e^{3x} + \sin 3x$ را پیدا کنید.

۳. ریشه‌ی معادله‌ی شاخص معادله‌ی دیفرانسیل $4x^2y'' - 5xy' + 2xy = 0$ را بدست آورید.

۴. تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 4 \\ 5, & 4 \leq t < 5 \\ t^2, & t \geq 5 \end{cases}$ را پیدا کنید.

۵. اگر $L[f(t)] = \frac{1}{\sqrt{2s+3}}$ آنگاه مطلوب‌ست محاسبه $f(t)$.

* استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

۱. یک جواب معادله $y' = (x + y)^2$ کدام است؟

- الف. $(x + y) \operatorname{tg} x$ ب. $\operatorname{tg} x$ ج. $\operatorname{tg} x - x$ د. $x \operatorname{tg} x$

۲. معادله دیفرانسیل $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) dx + \frac{ax}{y^2} dy = 0$ کامل است، مقدار a کدام است؟

- الف. ۱ ب. ۲ ج. -۱ د. -۲

۳. اگر $Z = x^m y^n$ یک عامل انتگرال ساز برای معادله $xdx + x(1 - 3x^2 y^2) dy = 0$ باشد آنگاه n, m کدام هستند؟

- الف. $m = n = -2$ ب. $m = -2, n = -3$ ج. $m = n = -3$ د. $m = -3, n = -2$

۴. کدامیک از معادلات دیفرانسیل زیر از مرتبه دو است؟

- الف. $(y')^2 + xy = 0$ ب. $y' + y^2 x - x = 2y$

- ج. $x(y'')^2 + y = 0$ د. هیچکدام

۵. مسیرهای قائم بر خانواده منحنی‌های $x^2 + \frac{y'}{b^2} = 1$ کدام است؟

- الف. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}y^2 = x + c$ ب. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}xy^2 = x + c$

- ج. $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 = \ln x + \ln c$ د. $x^2 + y^2 = \ln(cx)$

۶. کدامیک از مجموعه‌های زیر وابسته خطی است؟

- الف. $\{1, e^x, e^{2x}\}$ ب. $\{\sin x, \cos x\}$ ج. $\{e^x, xe^x\}$ د. $\{1, \cos 2x, \sin^2 x\}$

۷. ضرب y, y' در معادله دیفرانسیل مرتبه دومی که دو جواب خصوصی آن e^{-x}, e^{2x} است، به ترتیب کدام است؟

- الف. -۳, -۲ ب. ۱, ۲ ج. -۲, ۱ د. -۲, -۱

۸. کدامیک از موارد زیر جواب صحیح معادله $y'' - 2y' + y = 0$ است؟ (A, B مقادیر ثابت هستند)

- الف. $y = Ae^x + Be^{-x}$ ب. $y = Ae^x + Bxe^x$

- ج. $y = Ae^x + Bxe^{-x}$ د. $y = Ae^x + Be^{2x}$

۹. جواب عمومی معادله $xy''' - y'' = 0$ کدام است؟

- الف. $y = c_1 x^3 + c_2 x^2 + c_3 x + c_4$ ب. $y = c_1 x^3 + c_2 x^2 + c_3 x$

- ج. $y = c_1 x^3 + c_2 x^2 + c_3$ د. $y = c_1 x^3 + c_2 x + c_3$



۱۰. هرگاه $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جوابی بصورت سری توانی برای مسئله با مقدار اولیه $y'' - 2xy' + y = 0$ باشد آنگاه

مقدار ضریب a_4 کدام است؟

- الف. ۱/۰ ب. -۴۸ ج. -۲۴ د. ۷۲

۱۱. ریشه‌های معادله شاخص معادله دیفرانسیل $x(x-1)y'' + (3x-1)y' + y = 0$ در نقطه $x=0$ کدام است؟

- الف. ریشه مضاعف صفر ب. ۱، -۱ ج. ۰، ۱/۲ د. -۱، ۳/۵

۱۲. بسط سری مک لورن $\frac{1}{1-x^2}$ کدام است؟

- الف. $\sum_{n=0}^{\infty} x^{n^2}$ ب. $\sum_{n=0}^{\infty} x^{2n}$ ج. $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$ د. $\sum_{n=0}^{\infty} (-x^2)^n$

۱۳. شعاع همگرایی $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$ کدام است؟

- الف. صفر ب. ۱ ج. ۱/۲ د. ۲

۱۴. نقاط منفرد منظم معادله دیفرانسیل $x^2 y'' - xy' + (1-x)y = 0$ کدام است؟

- الف. صفر ب. ۱ ج. -۱ د. ندارد

۱۵. جواب عمومی دستگاه معادلات $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 4y \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y \end{cases}$ دارای چند ثابت اختیاری است؟

- الف. ۱ ب. ۲ ج. ۳ د. هیچ ثابت اختیاری ندارد.

۱۶. در مورد دستگاه معادلات $\begin{cases} Dx_1 - Dx_2 = t \\ Dx_1 - Dx_2 = t^2 \end{cases}$ کدام گزینه صحیح است؟

- الف. جواب ندارد. ب. بی‌نهایت جواب دارد. ج. تنها یک جواب دارد. د. هیچکدام

۱۷. تبدیل لاپلاس $f(t) = \frac{1}{\sqrt{t}}$ کدام است؟

- الف. $\sqrt{\frac{\pi}{s}}$ ب. $\frac{\pi}{s}$ ج. $\frac{\sqrt{\pi}}{s}$ د. $\frac{\pi}{\sqrt{s}}$

۱۸. هرگاه $y'' - y' + y = t$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$ آنگاه تبدیل لاپلاس y کدام است؟

- الف. $\frac{S-1}{S^2(S^2-S+1)}$ ب. $\frac{S+1}{S^2(S^2-S+1)}$ ج. $\frac{1}{S^2(S-1)}$ د. $\frac{1}{S^2(S^2-S+1)}$

۱۹. تبدیل معکوس تابع $\frac{S+1}{S^3+S}$ کدام است؟

الف. $1 + \cos t + \sin t$ ب. $1 + \cos t - \sin t$ ج. $1 - \cos t + \sin t$ د. $-1 + \cos t + \sin t$

۲۰. تبدیل لاپلاس $2e^{-2t} \sin 2t$ کدام است؟

الف. $2[(S+1)^2 + 4]^{-1}$ ب. $2[(S+1)^2 + 4]^{-1}$
ج. $[(2S+1)^2 + 4]^{-1}$ د. $4[(S+2)^2 + 4]^{-1}$

سؤالات تشریحی

۱. جواب معادله دیفرانسیل $y'' + y = y^2 (\cos x - \sin x)$ را پیدا کنید.

۲. معادله دیفرانسیل $y'' - 4y = x$ را حل کنید.

۳. برای معادله دیفرانسیل $x''(x'' - 4)y'' + 2x'''y' + 3y = 0$ تعیین کنید که نقطه در بی‌نهایت، یک نقطه معمولی یا یک نقطه منفرد منظم است؟ چرا؟

۴. دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 2x_1t - x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = 2x_2t + x_1 \end{cases}$$

۵. معادله انتگرالی $f(t) = t^2 + \int_0^t \sin(t-u)f(u)du$ را حل کنید.

۱. تعداد ثابتها در جواب عمومی یک معادله دیفرانسیل بستگی به کدام یک از عوامل زیر دارد؟

الف. بیشترین توان متغیر مستقل

ب. بیشترین توان متغیر وابسته

ج. مرتبه معادله دیفرانسیل

د. درجه بالاترین مشتق

۲. جواب معادله دیفرانسیل $y' = \frac{3x^2 + 2xy}{2\ln y}$ کدام عبارت زیر است؟

الف. $\ln y = (x+1)^2 + c$

ب. $(\ln y)^2 = x^3 + x^2 + c$

ج. $y = e^{(x-1)^2} + c$

د. $\ln y = 3e^{x^2-x-1}$

۳. معادله دیفرانسیل: $(3y^2 - 9x^2)dx + (6xy - \sin y)dy = 0$ یک معادله است.

الف. جداپذیر

ب. همگن

ج. خطی

د. کامل

۴. جواب معادله دیفرانسیل $y' = e^{x+y}$ با شرط اولیه $y(0) = 0$ کدام است؟

الف. $e^x + e^y = 2$

ب. $e^{-x} + e^{-y} = 2$

ج. $e^{-x} + e^y = 2$

د. $e^x + e^{-y} = 2$

۵. عامل انتگرال ساز: $(y + \ln x)dx - xdy = 0$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{x^2}$

ب. $\frac{1}{x}$

ج. xy

د. $x^2 y^{-2}$

۶. با توجه به اینکه: $y_1 = x$ جواب معادله ریکاتی: $y' + (2x-1)y - y^2 = x^2 - x + 1$ می باشد جواب

عمومی آن عبارتست از:

الف. $y = x + ce^{-x} - 1$

ب. $y = x + ce^{-x} + 1$

ج. $y = x + \frac{1}{ce^{-x} - 1}$

د. $y = x + \frac{1}{ce^{-x} + 1}$

۷. مسیر متعامد بر دسته منحنی $x^2 + 3y^2 = c$ برابر است با:

الف. $y^3 = cx$

ب. $3x^2 + y^2 = c^2$

ج. $3x^2 - y^2 = c^2$

د. $y = cx^3$

۸. جواب عمومی معادله دیفرانسیل: $yy'' + (y')^2 = 0$ عبارتست از:

الف. $y = \frac{C_1}{x} + C_2$ ب. $y' = C_1 x + C_2$

ج. $y'' = C_1 x'' + C_2 x$ د. $y'' = C_1 x'' + C_2 x$

۹. با کدام تغییر متغیر معادله دیفرانسیل: $y'' - 9y' - 8xy' = 0$ به یک معادله دیفرانسیل با ضرایب ثابت تبدیل می‌شود؟

الف. $x = e^t$ ب. $x = \ln t$ ج. $y = tx$ د. $y = xe^t$

۱۰. در فضای تابع حقیقی با متغیر حقیقی، کدام مجموعه، یک مجموعه وابسته است؟

الف. $\{e^x, e^{2x}\}$ ب. $\{\sin x, \cos x\}$ ج. $\{xe^x, e^x\}$ د. $\{1, \cos 2x, \sin^2 x\}$

۱۱. جواب عمومی معادله دیفرانسیل: $y'' - 4y' + 3y = e^{2x}$ برابر است با:

الف. $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} + \frac{1}{2} x e^{2x}$ ب. $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$

ج. $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} + \frac{1}{2} e^{3x}$ د. $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x} + \frac{1}{2} e^{2x}$

۱۲. جواب خصوصی معادله دیفرانسیل: $y'' + y = x \sin x$ از طریق کدام عبارت زیر بدست می‌آید؟

الف. $y_p = (Ax'' + Bx) \sin x + (Cx' + Dx) \cos x$

ب. $y_p = (Ax + B) \sin x - (Cx + D) \cos x$

ج. $y_p = (Ax'' + Bx) \sin x + (Cx + D) \cos x$

د. $y_p = (Ax + B) \sin x + (Cx' + Dx) \cos x$

۱۳. در معادله دیفرانسیل: $x^3 y'' + \frac{x}{x-1} y' + \frac{y}{(x-1)^2} = 0$

الف. $x=0$ و $x=1$ نقاط منفرد منظم هستند. ب. $x=0$ منفرد منظم و $x=1$ منفرد نامنظم است

ج. $x=0$ منفرد نامنظم و $x=1$ منفرد منظم است. د. $x=0$ و $x=1$ نقاط عادی هستند.

۱۴. هرگاه $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ جوابی به صورت سری توانی از معادله دیفرانسیل $y'' + xy' = 0$ با شرط:

$y(0) = y'(0) = 1$ باشد آنگاه ضریب a_6 برابر است با:

الف. $\frac{-1}{2}$ ب. $\frac{-1}{6}$ ج. -1 د. 0

۱۵. اگر $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$ باشد، مقدار $\Gamma(\frac{5}{2})$ برابر است با:

الف. $\frac{3}{4} \sqrt{\pi}$ ب. $\frac{15}{8} \sqrt{\pi}$ ج. $\frac{5}{2} \sqrt{\pi}$ د. $\frac{3}{2} \sqrt{\pi}$

۱۶. جواب عمومی دستگاه:
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y \end{cases}$$
 برای $x(t)$ برابر است با:

الف. $x(t) = c_1 e^{3t} + c_2 e^{-t}$ ب. $x(t) = c_1 e^{-3t} + c_2 e^t$

ج. $x(t) = c_1 e^{-3t} - c_2 e^t$ د. $x(t) = c_1 e^{3t} + c_2 e^t$

۱۷. تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = e^{3t}(2 \cos 5t - 3 \sin 5t)$ برابر است با:

الف. $s - 3$ ب. $\frac{2s - 15}{s^2 - 6s + 9}$

ج. $\frac{2s - 15}{s^2 - 6s + 16}$ د. $\frac{2s - 21}{s^2 - 6s + 34}$

۱۸. تبدیل لاپلاس وارون $\frac{2s - 3}{s^2 + 9}$ برابر است با:

الف. $2 \cos 3t - 3 \sin t$ ب. $2 \cos 3t + 3 \sin t$

ج. $2 \cos 3t - \sin 3t$ د. $2 \sin 3t - \cos 3t$

۱۹. مقدار $\int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x} - e^{-\beta x}}{x} dx$ برابر است با:

الف. $\frac{\alpha}{\beta}$ ب. $\ln(\alpha\beta)$ ج. $\ln\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$ د. $\alpha\beta$

۲۰. در معادله: $f(t) = e^{-t} - 2 \int_0^t f(u) \cos(t-u) du$ مقدار: $L(f(t))$ برابر است با:

الف. $\frac{s^2 + 1}{(s+1)^3}$ ب. $\frac{(s+1)^2}{s^3 + 1}$ ج. $\frac{s^3 + 1}{s^2 + 1}$ د. $\frac{s^2 + 1}{s^3 + 1}$

سوالات تشریحی

۱- الف) معادله دیفرانسیل $y(2 - 3xy)dx - xdy = 0$ را حل کنید.

ب) معادله کلرو $y = xy' + (y')^2$ را حل کنید.

۲. جواب عمومی معادله دیفرانسیل: $y'' - 3y' + 2y = \sin(e^{-x})$ را بدست آورید.

۳. با استفاده از سریهای نامتناهی جواب معادله دیفرانسیل: $y'' + y = \sin x$ را حول نقطه $x = 0$ بدست آورید.

۴. با استفاده از تبدیلات لاپلاس معادله دیفرانسیل: $y'' + 2y' + y = 3xe^{-x}$ را با شرط $y(0) = 4$ و $y'(0) = 2$ حل کنید.

۵. جوابهای دستگاه معادلات دیفرانسیل: $\begin{cases} Dx_1 - Dx_2 = t \\ 2Dx_1 - 2Dx_2 = 2t \end{cases}$ را بدست آورید.

* استفاده از ماشین حساب مجاز نیست *

۱. کدامیک تابعی ممکن از درجه ۲ است.

الف. $f(x, y) = x^2 y^2$

ب. $f(x, y) = x^2 y$

ج. $f(x, y) = xy^2$

د. $f(x, y) = xy$

۲. کدام تابع جواب معادله دیفرانسیل $y' = \frac{-y}{x}$ است.

الف. $y^2 - 1 = (x + 2)^2$

ب. $x^2 + y^2 + 1 = 0$

ج. $xy + 5 = 0$

د. $y^2 = xe^x$

۳. بازاء کدام مقدار برای r ، e^{rx} جواب معادله $y'' - y' - 2y = 0$ است.

الف. ۰

ب. -۱

ج. ۱

د. -۲

۴. مرتبه معادله دیفرانسیل $(y')^2 + y^2 = 0$ کدام است.

الف. ۰

ب. ۱

ج. ۲

د. ۴

۵. نوع معادله $ydx + (x + y^2)dy = 0$ کدام است.

الف. جدا شدنی

ب. ممکن

ج. کامل

د. برنولی

۶. کدام گزاره درست نیست.

الف. هر معادله دیفرانسیل جدا شدنی، کامل است.

ب. هر معادله دیفرانسیل ممکن قابل تبدیل به معادله‌ای جدا شدنی است.

ج. هر معادله دیفرانسیل کامل، جدا شدنی است.

د. هر معادله دیفرانسیل برنولی قابل تبدیل به معادله‌ای خطی است.

۷. کدامیک معادله کوشی - اوایلر است.

الف. $x^3 y''' + 3x^2 y'' + y = 0$

ب. $y' = x + x^2 y + x^3 y^2$

ج. $3y''' - 4y'' = 5$

د. $\cos xy''' - \sin xy'' = 0$

۸. کدامیک از معادلات زیر با داشتن یک جواب خصوصی قابل تبدیل به معادله دیفرانسیل مرتبه اول است.

الف. ریکاتی

ب. کلرو

ج. برنولی

د. کوشی - اوایلر

۹. کدامیک جواب معادله $y = y'x + (y')^2$ است. (c: مقدار ثابت)

الف. $y = cx + c^2$

ب. $y = x^2 + cx + c^2$

ج. $y = cx^3 - c$

د. $y = c^2 x + c$

۱۰. کدامیک از مجموعه‌های زیر وابسته خطی است.

الف $\{\cos x, \sin x\}$

ب $\{2e^x, -3e^x\}$

ج $\{e^{2x}, e^{3x}\}$

د $\{e^{2x}, xe^{2x}\}$

۱۱. کدامیک نقطه منفرد معادله $x'''(x''+1)y'' - x(x+1)y' - (x-1)y = 0$ است.

الف ۰

ب ۱

ج -۱

د هر سه مورد

۱۲. کدام گزینه در مورد تابع گاما درست نیست؟

الف $\Gamma(n+1) = n!$

ب $x\Gamma(x) = \Gamma(x+1)$

ج $\Gamma(1) = 0$

د $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

۱۳. کدام گزاره نادرست است.

الف معادله بسل دارای یک نقطه منفرد منظم در $x = 0$ است.

ب معادله بسل فاقد نقطه منفرد منظم است.

ج تابع بسل $J_0(x)$ به هر بازه‌ای بطول π یک صفر دارد.

د تابع بسل $J_n(x)$ تنها صفرهای حقیقی دارد.

۱۴. کدام معادله کامل است.

الف $xydx + y^2dy = 0$

ب $ydx + (x + y^2)dy = 0$

ج $xydx + x^2dy = 0$

د $ydx - xdy = 0$

۱۵. یک عامل انتگرال ساز برای معادله $y' + 4xy = 4x$ عبارت است از :

الف e^x

ب e^{-x^2}

ج e^{2x^2}

د $\ln x$

۱۶. کدام گزاره درست است.

الف هر معادله برنولی با تغییر متغیر $z = y^{1-n}$ به معادله‌ای خطی تبدیل می‌شود.

ب هر معادله برنولی با تغییر متغیر $z = \ln y^n$ به معادله‌ای جدا پذیر تبدیل می‌شود.

ج هر معادله برنولی با تغییر متغیر $z = e^{-y^n}$ به معادله‌ای کامل تبدیل می‌شود.

د هر معادله برنولی یک معادله کامل است.

۱۷. تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = e^{3t}$ کدام است.

الف $\frac{3}{s}$

ب $\frac{1}{3s}$

ج $\frac{1}{s-3}$

د $\frac{1}{s+3}$

۱۸. اگر تابع f روی $[a, b]$ قطعه‌ای پیوسته باشد آنگاه روی این فاصله

الف. پیوسته است. ب. کراندار است. ج. مشتق پذیر است. د. متناوب است.

۱۹. اگر تابع از مرتبه‌ی نمایی f بر هر بازه‌ای به صورت $[0, T]$ قطعه‌ای پیوسته باشد و $F(s) = L[f](s)$ آنگاه کدام گزینه درست است.

الف. $\lim_{s \rightarrow 0} F(s) = f(0)$ ب. $\lim_{s \rightarrow 0} F(s) = 0$

ج. $\lim_{s \rightarrow \infty} F(s) = 0$ د. $\lim_{s \rightarrow \infty} F(s) = \infty$

۲۰. تبدیل معکوس لاپلاس $F(s) = \frac{(n-1)!}{s^n}$ کدام است.

الف. t^{n-1} ب. $\frac{1}{t^n}$ ج. t^{n+1} د. $\frac{1}{t^{n-1}}$

سوالات تشریحی:

۱. معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$y'' - 3y' + 2y = \sin(e^{-x})$$

۲. با استفاده از روش سریها یک جواب مسأله با مقدا اولیه زیر را بیابید.

$$y'' - (x+1)y' + x^2y = x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

۳. دستگاه مرتبه اول

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 2x_1t - x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = 2x_2t + x_1 \end{cases}$$

را حل کنید.

۴. الف) جواب عمومی معادله دیفرانسیل $y'' - 3y' + 3y - y = 0$ را بیابید

ب) مسیرهای متعامد بر خانواده $y = cx^5$ پارامتری منحنیهای

۵. $f(t)$ را از معادله انتگرالی زیر بدست آورید.

$$f(t) = 1 + 2 \int_0^t f(t-u) e^{-ru} du$$

$$(L[1] \equiv \frac{1}{s}, \quad L[t^n] = \frac{n!}{s^{n+1}}, \quad L[e^{at}] = \frac{1}{s-a})$$