

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سؤالات: ۲۰ تکمیلی — ۵ تشریحی

رشته: ریاضی - مهندسی کامپیوتر - فناوری اطلاعات - صنایع - (طرح تجميع بخش مهندسی اجرایی) زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

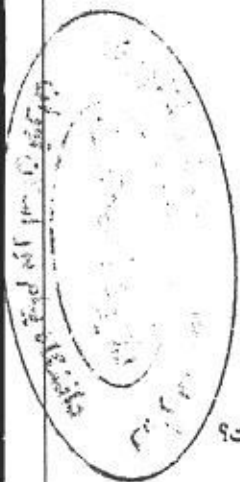
کد درس: ریاضی: ۲۳۱۰۹۱ - مهندسی کامپیوتر: ۲۶۱۰۶۲ - فناوری اطلاعات: ۲۶۲۱۱۳ - صنایع: ۲۶۳۱۲۱ - (طرح تجميع بخش مهندسی اجرایی: ۲۶۲۱۲۱)

۱. معادله دیفرانسیل مرتبه اول $xy' = 1$ درباره $(-1, 1)$ دارای چند جواب است؟

الف. بدون جواب ب. یک جواب ج. دو جواب د. بی نهایت

۲. با کدامیک از تغییر متغیرهای زیر معادله دیفرانسیل $(x+y+2)dx - (x-y-6)dy = 0$ به یک معادله ممکن تبدیل می شود؟الف. $u = x+1, v = y-5$ ب. $u = x-1, v = y+5$ ج. $u = x-1, v = y-5$ د. $u = x+1, v = y+5$ ۳. جواب معادله $2x(y+1)dx - ydy = 0$ با مقدار اولیه $y(0) = -2$ کدام است؟الف. $y = x^2 - \ln|x+1| + 1$ ب. $y^2 - \ln|y+1| = x+2$ ج. $x^2 + \ln|x+1| = y^2 + y$ د. $x^2 = y - \ln|y+1| + 2$ ۴. جواب عمومی معادله $\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{x+y^2}$ کدام است؟الف. $\frac{1}{2}x + y^2 = c$ ب. $y^2 + \frac{1}{3}x^3 = c$ ج. $xy^2 - \frac{1}{2}y^2 = c$ د. $xy + \frac{1}{3}y^3 = c$ ۵. عامل انتگرال ساز برای معادله $xydx + (1+x^2)dy = 0$ برابر است با:الف. $\frac{1}{y}$ ب. e^y ج. $\frac{x}{y}$ د. $\ln y$ ۶. معادله دیفرانسیل $y' + p(x)y = q(x)y^n$ را با کدام تغییر متغیر می توان به یک معادله دیفرانسیل خطی تبدیل کرد؟الف. $y = z^{n+1}$ ب. $z = \ln y$ ج. $z = y^{1-n}$ د. $y = z^{n+1}$ ۷. معادله دیفرانسیل $y = y'x + (y')^2$ چه نوع معادله ای نام دارد؟

الف. ریکاتی ب. برنولی ج. کامل د. کلرو

۸. حاصل عبارت $L\{[t]\}$ کدام است؟ $[t]$ جزء صحیح $t, t > 0$ ، عملگر لاپلاس می باشدالف. $\frac{1}{s} \left(\frac{e^s}{1-e^s} \right)$ ب. $\frac{1}{s} \left(\frac{e^{-s}}{1-e^{-s}} \right)$ ج. $\frac{1}{s} \left(\frac{e^s}{1+e^s} \right)$ د. $\frac{1}{s} \left(\frac{e^{-s}}{1+e^{-s}} \right)$ ۹. کدامیک از گزینه های زیر در مورد معادله دیفرانسیل $ydx + [x + yx^2(1 + \ln y)]dy = 0$ صحیح است؟الف. کامل است ب. دارای عامل انتگرال ساز بر حسب x می باشدج. دارای عامل انتگرال ساز بر حسب y می باشد د. دارای عامل انتگرال ساز بر حسب xy می باشد

نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سوال: ۲۰ نمره: ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۲

رشته: ریاضی- مهندسی کامپیوتر- فناوری اطلاعات- صنایع- (طرح تجميع بخش مهندسی اجرایی) زمان امتحان: تستی و تکمیلی ۷۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه
کد درس: ریاضی: ۲۳۱۰۹۱- مهندسی کامپیوتر: ۲۶۱۰۶۲- فناوری اطلاعات: ۲۶۲۱۱۳- صنایع: ۲۶۳۱۲۱- (طرح تجميع بخش مهندسی اجرایی: ۲۶۳۱۲۱)

۱۰. رونسکینی توابع $f_1(x) = x^3$ و $f_2(x) = x^2 |x|$ برابر است با:

- الف. ۲ ج. ۱ ب. ۰ د. -۱

۱۱. نقاط منفرد منظم معادله دیفرانسیل $(x-1)y'' + \frac{1}{x}y' - 2y = 0$ کدام است؟

- الف. دو نقطه $x=0, x=1$ ب. نقطه $x=0$ ج. نقطه $x=1$ د. نقطه منفرد منظم ندارد

۱۲. کدامیک از نقاط زیر یک نقطه منفرد منظم معادله دیفرانسیل $2x(x+1)y'' + 3(x+1)y' - y = 0$ است؟

- الف. $x=1$ ب. $x=2$ ج. $x=0$ د. هیچکدام

۱۳. کدامیک از توابع زیر تابع بسل نوع اول از مرتبه اول است؟

الف. $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{x}{2}\right)^{2m}}{m! \Gamma(m-\alpha+1)}$ ب. $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+\alpha}}{m! \Gamma(m+\alpha+1)}$

ج. $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^{m+1} x^{2m+\alpha}}{m! \Gamma(m-\alpha+1)}$ د. $\sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m \left(\frac{x}{3}\right)^{2m-\alpha}}{(m-1)! \Gamma(m+\alpha+1)}$

۱۴. مقدار $J_{-\frac{1}{2}}(x)$ برابر است با:

الف. $\sqrt{\frac{\pi x}{2}} \sin x$ ب. $\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left(\frac{\sin \pi x}{\pi x}\right)$
ج. $\sqrt{\frac{\pi x}{2}} \frac{\cos \pi x}{x}$ د. $\sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos x$

۱۵. کدامیک از مجموعه توابع زیر وابسته خطی هستند؟

- الف. توابع e^x, e^{-x}, e^{2x} ب. توابع $e^x, xe^x, x^2 e^x$
ج. توابع $e^x \sin x, e^x \cos x$ د. توابع $x+1, x+2, x+3$

۱۶. در مورد دستگاه $\begin{cases} (3D-1)x_1 + 4x_2 = t \\ Dx_1 - Dx_2 = t-1 \end{cases}$ کدام گزینه درست است؟

- الف. دستگاه بی نهایت جواب دارد ب. جواب عمومی دستگاه شامل یک ثابت اختیاری است
ج. جواب عمومی دستگاه شامل دو ثابت اختیاری است د. دستگاه جواب ندارد



نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سوال: فنی ۲۰ تکمیلی ۲ - تشریحی ۲

وسعت: ریاضی - مهندسی کامپیوتر - فناوری اطلاعات - صنایع - (طرح تجميع بخش مهندسی اجرایی) زمان امتحان: فنی و تکمیلی ۷۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه

کد درس: ریاضی: ۲۳۱۰۹۱ - مهندسی کامپیوتر: ۲۶۱۰۶۲ - فناوری اطلاعات: ۲۶۲۱۱۳ - صنایع: ۲۶۳۱۲۱ - (طرح تجميع بخش مهندسی اجرایی: ۲۶۳۱۲۱)

۱۷. کدامیک از گزینه‌های زیر نادرست است؟ (L عملگر لاپلاس می‌باشد)

الف. $(s > 0)L[\cos at] = \frac{s}{s^2 + a^2}$ ب. $L[e^{rt}] = \frac{1}{s-r} (s > r)$

ج. $L[\cosh at] = \frac{s}{s^2 + a^2} (s > |a|)$ د. $L\left[t^{-\frac{1}{2}}\right] = \sqrt{\frac{\pi}{s}} \quad s > 0$

۱۸. کدامیک از دستگاه‌های زیر بازنویسی معادله دیفرانسیل $x''' - t^2 x'' + x' = \cos t$ به صورت دستگاه مرتبه اول است؟

الف. $u_1' = u_2, u_2' = u_3, u_3' = t^2 u_3 - u_1' + \cos t$

ب. $u_1' = u_2, u_2' = u_3, u_3' = t^2 u_3 - x' + \cos t$

ج. $u_1' = u_2, u_2' = u_3, u_3' = u_4, u_4 - t^2 u_3 + u_1' = \cos t$

د. $u_1' = u_2, u_2' = u_3, u_3' = u_4, u_4 - t^2 u_3 + x' = \cos t$

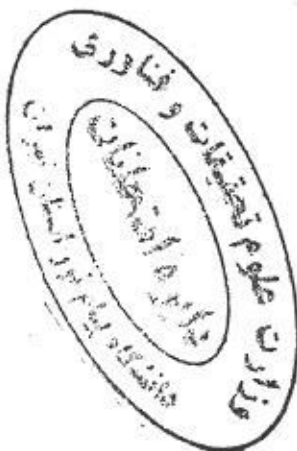
۱۹. اگر $x > 0$ باشد آنگاه مقدار $\int_0^{\infty} \frac{\sin xt}{t} dt$ برابر است با:

الف. $\frac{\pi}{4}$ ب. $\frac{\pi}{2}$ ج. $\frac{\pi}{3}$ د. $\frac{\pi}{5}$

۲۰. انتگرال $\int_0^{\infty} e^{-st} \frac{f(t)}{t} dt$ برابر کدام است؟ $F(s)$ لاپلاس $f(t)$ است

الف. $\int_0^{\infty} \frac{F(u)}{u} du$ ب. $\int_s^{\infty} uF(u) du$

ج. $\int_0^{\infty} \frac{F(u)}{u+1} du$ د. $\int_s^{\infty} F(u) du$



نام درس: معادلات دیفرانسیل

تعداد سؤالات: فنی ۲۰ تکمیلی — تشریحی ۲

وسعت: ریاضی- مهندسی کامپیوتر- فناوری اطلاعات- صنایع- (طرح تجميع بخش مهندسی اجرایی) زمان امتحان: تئوری و تکمیلی ۷۰ دقیقه تشریحی ۷۰ دقیقه
کد درس: ریاضی: ۲۴۱۰۹۱- مهندسی کامپیوتر: ۲۶۱۰۶۲- فناوری اطلاعات: ۲۶۲۱۱۳- صنایع: ۲۶۲۱۲۱- (طرح تجميع بخش مهندسی اجرایی: ۲۶۳۱۲۱)

سؤالات تشریحی

۱. معادله دیفرانسیل $(y'' + y)dx - xdy = 0$ را حل کنید.

۲. بسط تیلور جوابهای معادله دیفرانسیل $y'' + (x-1)y' = e^x$ را در نقطه معمولی $x=1$ پیدا کنید.

۳. دستگاه
$$\begin{cases} (D+1)x_1 + (D+1)x_2 = 1 \\ D^2x_1 - Dx_2 = t-1 \end{cases}$$
 را حل کنید.

۴. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x^3y''' + 4x^2y'' - 8xy' + 8y = 0$ را به ازای $x > 0$ بدست آورید.

۵. با استفاده از تبدیل لاپلاس معادله دیفرانسیل زیر را با مقادیر اولیه $x(0) = 1, x'(0) = 0$ بیاید

$$x''(t) + x(t) = f(t) = \begin{cases} 3 & 0 \leq t < 4 \\ 4t - 5 & t \geq 4 \end{cases}$$

