

امام علی^(ع): برتری مردم به یکدیگر، به دانشها و خردهاست؛ نه به ثروتها و تبارها.

۱. می‌خواهیم $\cos(0.1)$ را با استفاده از سری تیلور حول صفر با $\frac{(0.1)^p}{p}$ - تقریب بزنیم. کران بالای خطای این تقریب برابر است با:

الف. $\frac{10^{-4}}{12}$

ب. $\frac{10^{-4}}{24}$

ج. $\frac{10^{-3}}{6}$

د. $\frac{10^{-6}}{24}$

۲. اگر تقریب a گرد شده A با ۴ رقم اعشار باشد، آنگاه:

الف. $|A - a| \leq 5 \times 10^{-5}$

ب. $|A - a| \leq 5 \times 10^{-4}$

ج. $|A - a| \geq 5 \times 10^{-5}$

د. $|A - a| \geq 5 \times 10^{-4}$

۳. اگر $f(x) = x^{n+1}$ ، چه شرطی لازم است تا چندجمله‌ای دورنیاب f در نقاط x_0 تا x_n درجه n داشته باشد؟

الف. $\sum_{i=0}^n x_i = 0$

ب. $\sum_{i=0}^n x_i \neq 0$

ج. $\sum_{i=0}^n x_i = n$

د. $\sum_{i=0}^n x_i \neq n$

۴. برای محاسبه جدول کسرهای تفاضلی وابسته به درونیابی (x_i, f_i) ، $i = 0, 1, \dots, n$ توسط یک چندجمله‌ای از درجه کوچکتر یا مساوی n ، تعداد کسرهای تفاضلی محاسبه شده مورد نیاز برابر است با:

الف. n^2

ب. $\frac{n^2}{2}$

ج. $\frac{n(n+1)}{2}$

د. $\frac{n(n-1)}{2}$

۵. خطای فرمول تقریبی $f'(x_i + \frac{h}{2}) = \frac{\Delta f_i}{h}$ متناسب است با:

الف. h^4

ب. h^3

ج. h^2

د. h

۶. معادله $\frac{e^x}{x^3} = 1$ چند ریشه منفی دارد؟

الف. ۳

ب. ۲

ج. ۱

د. ۰

۷. درجه چندجمله‌ای درونیاب تابع جدولی زیر برابر است با:

الف. ۵

ب. ۴

ج. ۳

د. ۲

x_i	-۲	۱	-۱	۲	۳	۰
f_i	۱۱	۲	۶	۳	۹	۳

۸. اگر روش دوزنقه را برای انتگرال $\int_{-1}^3 f(x) dx$ به کار ببریم که در آن $f(x)$ به وسیله جدول زیر تعریف شده است، در این صورت

مقدار حاصل از این روش برابر است با:

x_i	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
f_i	-2	2	2	4	10	12

الف. $\frac{41}{2}$

ب. 20

ج. 23

د. $\frac{43}{2}$

۹. میدانیم که معادله $x = \sin x + 1$ در بازه $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ دارای یک ریشه مثبت است. مقدار X_1 به روش نابجائی کدام است؟

الف. $\frac{\pi}{\pi+2}$

ب. $\frac{\pi}{\pi+1}$

ج. $\frac{3\pi}{\pi+2}$

د. $\frac{3\pi}{\pi+1}$

۱۰. اگر روش دو نقطه‌ای گاوس را برای محاسبه انتگرال $\int_0^2 x^2 dx$ به کار ببریم، مقدار حاصل چقدر است؟

الف. $2/67$

ب. $2/67$

ج. $2/6$

د. $2/6$

۱۱. مقادیر w_1, w_2 چقدر باشند تا $w_1 f(w_1)$ یک فرمول برای تخمین انتگرال $\int_a^b f(x) dx$ باشد، به نحوی که برای توابع خطی و

ثابت بدون خطا باشد.

الف. $w_1 = w_2 = \frac{b+a}{2}$

ب. $w_2 = f(b), w_1 = b-a$

ج. $w_2 = \frac{b+a}{2}, w_1 = b-a$

د. $w_2 = f(a), w_1 = b-a$

۱۲. تابع جدولی زیر را در نظر بگیرید.

x_i	-1	0	1	2	3
f_i	-4	-1	0	3	10

یک تقریب مناسب برای $f'(0)$ کدام است؟

الف. 1

ب. 0

ج. $\frac{1}{3}$

د. $\frac{2}{3}$

۱۳. با توجه به تابع جدولی سؤال ۱۲، یک تقریب مناسب برای $f'(\frac{4}{3})$ کدام است؟

- الف. $\frac{7}{3}$ ب. $\frac{2}{3}$ ج. ۳ د. $\frac{1}{3}$

۱۴. اگر از روش اوایلر در حل معادله دیفرانسیل $y' = \frac{y}{t+y}$ با شرط اولیه $y(0) = 1$ استفاده شود، با انتخاب $h = 0.5$ ، $y(1)$ تقریباً برابر است با:

- الف. ۱.۲۵ ب. ۱.۵ ج. ۲ د. ۱.۸۷۵

۱۵. با استفاده از روش رانگ - کوتای مرتبه دوم، مقدار تقریبی $y(0.2)$ برای معادله زیر به ازای $h = 0.2$ کدام است؟

$$\begin{cases} y' = 1 - x + 4y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- الف. ۲.۳۲ ب. ۲.۳۸ ج. ۱.۲۴ د. ۱.۱۹

۱۶. ماتریس $A = \{a_{ij}\}$ داده شده است، اگر $|a_{ii}| > \sum |a_{ij}|$ باشد، $i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j$:

الف. ماتریس A یقیناً معکوس‌پذیر است ب. ماتریس A منفرد است

ج. دستگاه $AX = b$ جواب ندارد د. دستگاه $AX = b$ بی‌نهایت جواب دارد

۱۷. تعداد عملیات جمع و تفریق در مشخص کردن جواب دستگاه معادلات خطی n مجهولی بالا مثلی متناسب است با:

- الف. n^2 ب. n^3 ج. n د. n^4

۱۸. اگر مقادیر ویژه یک ماتریس مانند A برابر $1, 0, -3$ باشند، مقادیر ویژه A^{-1} کدام‌اند؟

- الف. $1, 0, \frac{1}{3}$ ب. $1, \infty, \frac{1}{3}$ ج. $1, 0, -3$ د. ماتریس منفرد است

۱۹. جمله ثابت معادله مشخصه برابر است با:

- الف. $|A|$ ب. $|A|$ ج. $\pm tr(A)$ د. $tr(A)$

۲۰. در روش رانگ کوتای مرتبه ۴ برای هر گام چند محاسبه تابع لازم است؟

- الف. ۲ ب. ۳ ج. ۴ د. ۵

سؤالات تشریحی

(بارم هر سؤال ۲ نمره می باشد)

۱. شعاع یک بالن کروی برابر ۱۲ متر اندازه گیری شده است. ماکزیمم خطای اندازه گیری ± 0.06 می باشد. حداکثر خطای محاسبه حجم بالن را به طور تقریبی محاسبه کنید.

۲. تابع جدولی $f(x) = \cos \frac{\pi}{2}x$ را در نقاط $x_0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ در نظر بگیرید. مطلوبست:

الف. چندجمله ای درونیاب تفاضلات تقسیم شده نیوتن $p(x)$

ب. تعبیر هندسی خطای حاصل بین $p(x)$, $f(x)$ (خطای چندجمله ای درونیاب)

ج. حداکثر خطای بین $p(x)$, $f(x)$ در چه نقاطی می باشد.

۳. فرمول قاعده دونقطه ای گاوس را بدست آورید و سپس $\int_1^2 \frac{\sin^2 x}{x} dx$ را با این روش تقریب بزنید.

۴. معادله دیفرانسیل زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} y' = 4e^{0.5x} - 0.5y \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

مقدار $y(0.5)$ را با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه دوم با $h = 0.5$ بدست آورید.

۵. با استفاده از روش حداقل مربعات، خم برازش یا پوشا به شکل $y = ce^{Ax}$ را برای تابع جدولی زیر بدست آورید.

(راهنمایی: $y = ce^{Ax} \rightarrow \ln y = \ln c + Ax \rightarrow z = Ax + B$, $B = \ln c$, $z = \ln y$ که در آن)

x	0	1	2	3	4
y	1.5	2.5	3.5	5	7.5