

نام درس: روشهای محاسبات عددی
روشته تحصیلی و کد درس: کامپیوتر ۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۵۱۷۹
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
کد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از ماشین حساب مجاز است.

امام علی^(ع): شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.

۱. بسط عدد $\frac{1}{5}$ در مبنای ۲ کدام است؟

الف. $1/0011$ ب. $0/011$ ج. $0/0011$ د. $0/0011$

۲. اگر A یک عدد اصم باشد آنگاه:

الف. A دارای بسط مختوم است. ب. A دارای بسط نامختوم متناوب است.
ج. A دارای بسط نامختوم نامتناوب است. د. اصلاً نمی‌توان برای A بسط اعشاری بیان نمود.

۳. معادله $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$ دارای ریشه‌های ۲ و صفر می‌باشد. اگر روش نیوتن را جهت پیدا کردن ریشه $x = 2$ با یک نقطه شروع مناسب بکار ببریم، مرتبه همگرایی آن چقدر خواهد بود؟

الف. ۱ ب. ۳ ج. ۲ د. صفر

۴. فرض کنید $f(x) = x^2 - 1/5x - 1 = 0$ ، $x_0 = 1$ ، $x_1 = 1/5$ مقدار x_p به روش وتری کدام است؟

الف. $1/25$ ب. ۲ ج. $2/5$ د. $2/75$

۵. اگر $(n+1)$ نقطه مجزا موجود باشد، چه تعداد چندجمله‌ای از درجه بزرگتر از n می‌توان توسط آن نقاط درونیابی کنیم.

الف. بیش از یک چندجمله‌ای ولی کمتر از n چندجمله‌ای
ب. هیچ چندجمله‌ای
ج. نامتناهی چند جمله‌ای
د. یک چندجمله‌ای

۶. چندجمله‌ای درونیاب لاگرانژ تابع $f(x) = \sqrt{x}$ در نقاط درونیابی $x = 1$ ، $x = 4$ برابر است با:

الف. $-\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ب. $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ ج. $\frac{x}{3} - \frac{2}{3}$ د. $-\frac{x}{3} - \frac{4}{3}$

نام درس: روشهای محاسبات عددی
 رشته تحصیلی و کد درس: کامپیوتر ۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۵۱۷۹
 تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
 کد سری سؤال: یک (۱)
 استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۷. چندجمله‌ای درونیاب نیوتن با تفاضلات تقسیم شده برای تابع $f(x) = \sin(\frac{\pi}{2}x)$ تحت نقاط گره‌ای

$x_0 = -1, x_1 = 0, x_2 = 1$ کدام است؟

الف. $p(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}x$ ب. $p(x) = x^2 + x$

ج. $p(x) = x$ د. $p(x) = x^2$

۸. با توجه به فرمول $f'_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} + o(h^2)$ و براساس تابع جدولی زیر $f'(0.2)$ کدام است؟

x_i	۰	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۴
$f(x_i)$	۰/۵	۰/۵۲	۰/۵۷	۰/۶۸	۰/۷۶

الف. ۰/۳ ب. -۰/۸ ج. -۰/۳ د. ۰/۸

۹. فرمول مشتق‌گیری عددی زیر را در نظر بگیرید. با توجه به آن کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

$$f'(x_i + \frac{h}{2}) \approx \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h}$$

الف. خطای برشی متناسب با h است.

ب. خطای برشی متناسب با h^2 است.

ج. خطای برشی آن $-\frac{1}{2}hf''(x_i)$ است.

د. خطای برشی آن $-\frac{1}{2}h^2f''(x_i)$ است.

۱۰. روش نقطه میانی در محاسبه انتگرال به روش عددی برای کدام دسته از توابع زیر دقیق عمل خواهد کرد؟

الف. توابع خطی ب. توابع نمایی ج. توابع چندجمله‌ای با حداکثر درجه ۳ د. توابع مثلثاتی

نام درس: روشهای محاسبات عددی
 رشته تحصیلی و کد درس: کامپیوتر ۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۵۱۷۹
 تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
 کد سری سؤال: یک (۱)
 استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۱. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

الف. برای محاسبه $\int_0^1 \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx$ می‌توان از قاعدهٔ دوزنقه‌ای استفاده نمود.

ب. برای محاسبه $\int_1^2 \frac{\sin x}{x-1} dx$ می‌توان از قاعدهٔ سیمسون استفاده نمود.

ج. دقت روش سیمسون از روش دوزنقه بیشتر است.

د. همواره روش سیمسون و روش دوزنقه جوابهای یکسانی را برای محاسبه انتگرالها بدست می‌دهند.

۱۲. اگر بخواهیم فرمول انتگرال گیری $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = Af(\circ) + Bf(\frac{\pi}{2})$ برای توابعی به

شکل $h(x) = c_1 e^x + c_2 \sin x$ دقیق عمل کند، ضرایب B, A بترتیب مقادیر زیر خواهند بود.

الف. ۱، -۱ ب. ۰/۵، ۰/۵ ج. ۰/۵، -۱ د. ۰/۵، -۰/۵

۱۳. مقدار y_m برای معادله دیفرانسیل زیر با $h = ۰/۵$ به روش اویلر کدام است؟

الف. ۰/۲۰۸ ب. ۳/۱۰۷ ج. ۰/۰۰۵ د. ۰/۱۰۸

$$\begin{cases} y' = x^2 + y \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

۱۴. فرمول رانگه - کاتا مقابل مفروض است.

$$y_{m+1} = y_m + \frac{1}{6}(k_1 + 4k_2 + k_3)$$

$$\begin{cases} k_1 = hf(x_m, y_m) \\ k_2 = f(x_m + \frac{h}{2}, y_m + \frac{k_1}{2}) \\ k_3 = hf(x_m + h, y_m + 2k_2 - k_1) \end{cases}$$

اگر این فرمول را برای حل معادله دیفرانسیل زیر بکار ببریم مقدار تقریبی y_1 با طول گام $h = ۰/۵$ کدام است؟

الف. ۱/۴ ب. ۱/۹ ج. ۰/۴ د. ۲/۴

$$\begin{cases} y' = -y + 1 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

نام درس: روشهای محاسبات عددی
 رشته تحصیلی و کد درس: کامپیوتر ۱۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۱۵۱۷۹
 تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
 زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
 آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
 کد سری سؤال: یک (۱)
 استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۱۵. اگر بخواهیم دستگاه $AX = b$ را به روش ژاکوبی حل کنیم، دنباله حاصل از کدامیک از ماتریسهای زیر شرط کافی برای همگرایی به جواب دستگاه را دارد؟

$$A = \begin{bmatrix} -10 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{ب.}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{الف.}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{د.}$$

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 7 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{ج.}$$

۱۶. با استفاده از روش توانی و با بردار اولیه $X^0 = (1, 1, 1)$ بزرگترین مقدار ویژه (از لحاظ قطر مطلق) برای ماتریس مقابل کدام

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{است؟ (۲ تکرار)}$$

د. ۱۱/۲

ج. صفر

ب. ۹/۵

الف. ۸/۷

۱۷. اگر A یک ماتریس 3×3 باشد و معادله مشخصه آن بصورت $-\lambda^3 + 6\lambda^2 - 10\lambda + 4 = 0$ باشد، معکوس A کدام است؟

$$A^{-1} = -\frac{1}{4}(A^2 - 6A - 10I) \quad \text{ب.}$$

$$A^{-1} = I \quad \text{الف.}$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{4}(-A^2 + 6A - 10I) \quad \text{د.}$$

$$A^{-1} = -A^2 + 6A - 10I \quad \text{ج.}$$

نام درس: روشهای محاسبات عددی
روشته تحصیلی و کد درس: کامپیوتر ۱۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۱۵۱۷۹
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
کد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از ماشین حساب مجاز است.

x_i	۰	۱	۲	۳	۴
y_i	۱/۵	۲/۵	۳/۵	۵/۰	۷/۵

۱۸. برازش نمایی تابع جدولی زیر کدام است؟

الف. $y = 1/6 e^{0/4x}$ ب. $y = e^{0/4x}$ ج. $y = -1/6 e^{0/4x}$ د. $y = -e^{0/4x}$

۱۹. کدامیک از توابع جدولی زیر را می توان از طریق خطی سازی داده ها به روش نمایی برازش نمود؟

x_i	۰	۱	۲	۳	۴
y_i	۱/۵	۲/۵	-۳/۱	۵/۰	۷/۵

الف.

x_i	۰	۲	۴
y_i	۲/۵	۳/۵	-۵/۰

ب.

x_i	۰	۱	۳
y_i	۳	۴	۰

ج.

x_i	۰	۱	۲
y_i	۱/۵	۲/۵	۳/۵

د.

نام درس: روشهای محاسبات عددی
روشته تحصیلی و کد درس: کامپیوتر ۱۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۱۵۱۷۹
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
کد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۲۰. برای محاسبه بزرگترین مقدار ویژه یک ماتریس از روش توانی، کدام گزینه صحیح می باشد؟

الف. اگر $1 \approx \left| \frac{\lambda_p}{\lambda_1} \right|$ باشد، سرعت همگرایی سریع خواهد بود.

ب. اگر $\frac{1}{2} \approx \left| \frac{\lambda_p}{\lambda_1} \right|$ باشد، سرعت همگرایی شتاب خواهد گرفت.

ج. اگر $1 \approx \left| \frac{\lambda_p}{\lambda_1} \right|$ باشد، سرعت همگرایی کند و چنانچه $0 \approx \left| \frac{\lambda_p}{\lambda_1} \right|$ باشد، سرعت همگرایی مناسب است.

د. سرعت همگرایی روش توانی ارتباطی به نسبت $\frac{\lambda_p}{\lambda_1}$ نخواهد داشت.

سؤالات تشریحی (بارم هر سؤال ۲ نمره)

۱. چند جمله ای لاگرانژی بنویسید که از نقاط (x_0, f_0) , (x_1, f_1) , (x_2, f_2) بگذرد و سپس عبارت

$$\frac{3x^2 + x + 1}{(x-1)(x-2)(x-3)}$$

را بصورت جمع جبری چند کسر جزئی بیان کنید.

۲. برای محاسبه $\int_0^1 \sin x^2 dx$ به روش نوزنقه ای مرکب طول گام h چقدر باشد بطوریکه خطای آن کمتر از 10^{-2} گردد.

$$\begin{cases} y' = (e^x)^y \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

۳. معادله دیفرانسیل مقابل را در نظر بگیرید.

الف. با استفاده از روش بسط تیلور مرتبه ۳ و $h = 0.1$ تخمینی از $y(0.1)$ را بدست آورید.

ب. تخمینی از خطای y را محاسبه کنید.

نام درس: روشهای محاسبات عددی
روشته تحصیلی و کد درس: کامپیوتر ۱۱۱۵۰۷۵ - صنایع، اجرایی، پروژه ۱۱۱۵۱۷۹
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗
کد سری سؤال: یک (۱)
استفاده از ماشین حساب مجاز است.

۴. الف. دستگاه زیر را به روش گوس-سیدل با ۲ تکرار و با انتخاب $X^0 = [1, 0, 1]$ طوری حل کنید که همگرایی آن تضمین

$$\begin{cases} 3x - 6y + 2z = 15 \\ -4x + y - z = -1 \\ x - 3y + 7z = 26 \end{cases}$$

شود (کلیه محاسبات تا ۲ رقم اعشار گرد شده باشد).

ب. با استفاده از روش اثر ماتریس، چندجمله‌ای مشخصه ماتریس زیر را بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 \\ 1 & -9 & -1 \\ 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

۵. معادله $x \ln x = 1$ را در نظر بگیرید. ابتدا از طریق رسم منحنی تعداد و حدود ریشه‌های این معادله را معین کنید، سپس به

روش نیوتن تا ۲ تکرار با نقطه شروع $x_0 = 0.1$ مقدار ریشه را تخمین بزنید.



مرکز آزمون کلید سؤالات تشریحی (محرمانه)

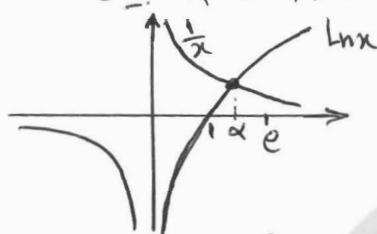


نام درس: ریاضیات حسابان عددی
کد درس: ۱۱۵۰۷۵ - ۱۱۵۰۷۹
رشته تحصیلی: گرایش: کامپیوتر - صنایع
مقطع: کارشناسی - سال تحصیلی: ۸۸-۸۹ نیمسال: اول و دوم و ترم تابستان
تاریخ آزمون: ۱۳۸۷
بارم: ۱۰ نفره
(هر سوال ۲ نمره)

جواب سوال (۵):

$$x \ln x = 1 \Rightarrow \ln x = \frac{1}{x}, x \neq 0$$

اگر $f_1(x) = \frac{1}{x}$ و $f_2(x) = \ln x$ باشد محل تقاطع نمودار f_1 و f_2 بیان کنند.



ریشه معادله معلوم می باشد.

طبق نمودار معادله $f(x) = 0$ و $f(x) = x \ln x - 1$ تنها یک ریشه ساده x در بازه $[1, e]$ دارد.

$$f(1) = 1 \ln 1 - 1 = -1 < 0$$

$$\Rightarrow f(1) f(e) < 0$$

$$f(e) = e \ln e - 1 = e - 1 > 0$$

برای سادگی حساب حد در ریشه x را در بازه $[1, 3]$ در نظر می گیریم.

$$f'(x) = \ln x + 1 - 0 \Rightarrow x_{n+1} = x_n - \frac{x_n \ln x_n - 1}{\ln x_n + 1}$$

$$\text{بر } n=0 \Rightarrow x_1 = x_0 - \frac{x_0 \ln x_0 - 1}{\ln x_0 + 1} = 1 - \frac{1 \ln 1 - 1}{\ln 1 + 1} = 1.38$$

$$\text{بر } n=1 \Rightarrow x_2 = x_1 - \frac{x_1 \ln x_1 - 1}{\ln x_1 + 1} = 1.38 - \frac{1.38 \ln 1.38 - 1}{\ln 1.38 + 1} = 1.63$$



مرکز آزمون کلید سؤالات تشریحی (محرمانه)



نام درس: ...
کد درس: ...
رشته تحصیلی: ...
مقطع: ...
سال تحصیلی: ...
نیمسال: ...
تاریخ آزمون: ...
بارن: ...
نفره: ...

جواب سوال (۱): این سوال مثل صفحه ۱۱۴ کتاب می باشد.

جواب سوال (۲): فرمول خطای قاعده ذوزنقهای مرکب عبارت است از:

$$E_T = \frac{-(b-a)h^2}{12} f''(\xi)$$

آر بازای هر $x \in [a, b]$ آنا $|f''(x)| \leq M$ باشد، در این صورت یک کران بالا برای فرمول خطا بصورت زیر می باشد.

$$|E_T| < \frac{|b-a|}{12} h^2 M, \quad a=0, \quad b=1$$

$$f(x) = \sin x^2 \rightarrow f'(x) = 2x \cos x^2, \quad f''(x) = 2 \cos x^2 - 4x^2 \sin x^2 \Rightarrow$$

$$|f''(x)| = |2 \cos x^2 - 4x^2 \sin x^2| \leq 2|\cos x^2| + 4|x^2| |\sin x^2| \leq 2 + 4|x^2| \leq 2 + 4 = 6 = M$$

$$\Rightarrow \frac{1-0}{12} h^2 (6) < 10^{-2} \Rightarrow h^2 < \frac{2}{100} \Rightarrow |h| < \frac{\sqrt{2}}{10} \quad \text{یا} \quad |h| < 0.14$$

بنابراین اگر $0.14 < h < 1$ باشد کران بالای خطای قاعده ذوزنقهای برای این شد 10^{-2} خواهد بود.

جواب سوال (۳): این سوال مثل صفحه ۲۱۱ کتاب می باشد.

جواب سوال (۴): الف - باتوجه به اینکه در صورت سؤال گفته شده که می خواهم چهارمین تکمیل شود، لذا این مطلب وقتی ایجاد خواهد شد که ماتریس ضرایب غالب قطری باشد. اگر معادله اول و دوم را

حاجب کنیم این امر اتفاق خواهد افتاد لذا دستگاه بصورت زیر خواهد بود.

$$\begin{cases} E_1: -4x + y - z = -1 \\ E_2: 3x - 6y + 2z = 15 \\ E_3: x - 3y + 7z = 26 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} -4 & 1 & -1 \\ 3 & -6 & 2 \\ 1 & -3 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 15 \\ 26 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-41 > 111+1-11 \\ 1-61 > 131+121 \\ 171 > 111+1-31 \end{cases}$$

ماتریس ضرایب اکیدا غالب قطری است.

$$\begin{cases} x = \frac{-1}{4} [-1 - y + z] \\ y = \frac{1}{6} [15 - 3x - 2z] \\ z = \frac{1}{7} [26 - x + 3y] \end{cases}$$

مرکز آزمون
کلید سؤالات تشریحی (محرمانه)



صفحه: ۲ از ۲

نام درس:

کد درس:

رشته تحصیلی - گرایش:

مقطع:

سال تحصیلی: ۸۸-۸۹ نیمسال: اول دوم ☒ترم تابستان تاریخ آزمون: باره: نفره:

تکرار اول

$$\begin{cases} x^{(1)} = \frac{-1}{6} (-1 - (0) + 1) = 0 \\ y^{(1)} = \frac{-1}{6} (15 - 2(0) - 2(1)) = \frac{-13}{6} = -2,17 \\ z^{(1)} = \frac{1}{7} (26 - (0) - 6(1)) = 2,78 \end{cases}$$

صفحه ۲ از ۳

تکرار دوم

$$\begin{cases} x^{(2)} = \frac{-1}{6} (-1 + 2,17 + 2,78) = -0,49 \\ y^{(2)} = \frac{-1}{6} (15 - 2,97 - 5,56) = 1,08 \\ z^{(2)} = \frac{1}{7} (26 + 7,99 + 3,24) = 6,32 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 \\ 1 & -9 & -1 \\ 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} -5 & 2 & 1 \\ 1 & -9 & -1 \\ 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

(ب)

$$= \begin{bmatrix} 29 & -29 & 0 \\ -16 & 84 & 3 \\ 3 & 6 & 52 \end{bmatrix}$$

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -174 & 219 & 58 \\ 170 & -791 & 79 \\ 95 & -100 & 361 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} C_1 = -S_1 \\ S_1 = \text{tr}(A) = -7 \end{cases} \Rightarrow C_1 = 7$$

$$S_2 = \text{tr}(A^2) = 165$$

$$C_2 = \frac{-1}{2} (S_2 + S_1 C_1) = \frac{-1}{2} (165 - 49) = -58$$

$$S_3 = \text{tr}(A^3) = -604$$

$$C_3 = \frac{-1}{6} (S_3 + S_2 C_1 + S_1 C_2) = \frac{-1}{6} (-604 + 1155 + 406) = -319$$

$$\Rightarrow p(\lambda) = \lambda^3 + 7\lambda^2 - 58\lambda - 319 = 0$$

1	د
2	ج
3	الف
4	ج
5	ج
6	ب
7	ج
8	د
9	ب
10	الف
11	ج
12	الف
13	د
14	الف
15	ب
16	ب
17	د
18	الف
19	د
20	ج