

نام درس: ریاضیات مهندسی
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر - ۱۱۱۱۰۹۵
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

امام علی^(ع): شرافت به خرد و ادب است نه به دارایی و نژاد.۱. کدامیک از معادلات زیر نمایش هذلولی $x^p - y^p = 1$ است.

الف. $z\bar{z} = 1$ ب. $z^p - \bar{z}^p = 1$ ج. $(z + \bar{z})^p = 1$ د. $z^p + \bar{z}^p = 2$

۲. کدامیک از روابط زیر درست است؟

الف. $\arg(z^n) = (n \arg z)$ ب. $|z|^n = n|z|$

ج. $\arg(z^n) = n \arg z$

۳. تابع $f(z) = z\bar{z}$

الف. فقط در $z = 0$ مشتق پذیر است

ج. تحلیلی است

۴. مجموعه $0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4}$ ، $|z| > 0$

الف. مجموعه ای باز است

ج. نه باز و نه بسته است

ب. مجموعه ای بسته است.

د. هم باز و هم بسته است

۵. اگر تابع v مزدوج همساز تابع u باشد آنگاه کدام عبارت نادرست است؟الف. u نیز مزدوج همساز $(-v)$ است.ب. $(-u)$ نیز مزدوج همساز v است.ج. u نیز مزدوج همساز v است.د. $(-u)$ نیز مزدوج همساز $(-v)$ است.

۶. نقاط تکین تابع $f(z) = \frac{iz}{z(z^p + 1)}$ عبارتند از

الف. $\pm i$ ب. $\pm i$ و 0 ج. i و 0 د. ± 1

۷. $\exp\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ مقدار اصلی کدامیک از داده های زیر است؟

الف. i^p ب. i^i ج. $i^{\pi/i}$ د. $(\pi/i)^i$

۸. دوره تناوب تابع $\sinh z$ برابر است با:

الف. 2π ب. $2k\pi$ ج. $2\pi i$ د. πi

۹. حاصل انتگرال $\oint_C (z - z_0)^k dz$ حول دایره C به مرکز z_0 وقتی $k \neq -1$ برابر است با

الف. $2\pi i$ ب. $\frac{2\pi i}{k!}$ ج. $\frac{2\pi i}{n!}$ د. 0

۱۰. عکس قضیه کوشی گورسا کدام است؟

الف. قضیه دمو آور ب. قضیه گوس ج. قضیه لیوویل د. قضیه گرین

نام درس: ریاضیات مهندسی
رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر - ۱۱۱۱۰۹۵
تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰ دقیقه
آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۱. تابع $e^{1/z}$ در $z = 0$ دارای نقطه تکین

الف. ساده است ب. برداشتنی است ج. اساسی است د. دوگانه است.

۱۲. حاصل انتگرال $\oint_C \frac{dz}{z^3 - z^4}$ که C مرز دایره $|z| = \frac{1}{2}$ است، برابر است باالف. $-2\pi i$ ب. $-\pi i$ ج. $2\pi i$ د. πi

۱۳. کدام گزینه نادرست است؟

الف. نگاشت $w = az + b$ در تمام صفحه z همدیس است.ب. نگاشت $w = e^z$ در تمام صفحه z همدیس است.ج. نگاشت $w = z^p$ در تمام صفحه z غیر از نقطه $z = 0$ همدیس است.

د. توابع همساز تحت نگاشت همدیس، همساز باقی می مانند.

۱۴. اگر $f(x)$ تابعی زوج و سری فوریه آن بصورت $f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l})$ باشد،

کدام گزاره درست است؟

الف. ضرایب a_0 و b_n صفرندب. ضرایب a_n و b_n صفرند اما $a_0 \neq 0$ ج. $a_0 = a_n = 0$ ، اما b_n می تواند مخالف صفر باشدد. $b_n = 0$ اما a_n و a_0 میتوانند مخالف صفر باشند۱۵. سری فوریه تابع $f(x) = \frac{x}{2}$ برای فاصله $(-\pi, \pi)$ عبارتست از:الف. $\sum \frac{(-1)^{n+1} \sin nx}{n}$ ب. $\sum \frac{\cos nx}{n}$ ج. $\sum \frac{\pi}{n}$ د. $\sum \frac{\sin x}{n}$ ۱۶. تبدیل فوریه کسینوسی تابع نمایی e^{-x} عبارتست از:الف. $\frac{\pi}{1 + \alpha^2}$ ب. $\sqrt{\frac{\pi \alpha}{2}}$ ج. $\sqrt{\frac{\alpha^2 + 1}{2\pi}}$ د. $\frac{\sqrt{\pi/2}}{\alpha^2 + 1}$

نام درس: ریاضیات مهندسی

رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر - ۱۱۱۱۰۹۵

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از:

مجاز است.

۱۷. اگر $\mathbb{F}\{f\}$ تبدیل فوریه تابع f باشد، تبدیل فوریه مشتق دوم تابع f عبارتست از:

الف. $-\alpha^2 \mathbb{F}\{f\}$ ب. $\alpha \mathbb{F}\{f\}$ ج. $\frac{1}{\alpha} \mathbb{F}\{f\}$ د. $i\alpha \mathbb{F}\{f\}$

۱۸. اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \pi & |x| \leq \pi \\ 0 & |x| > \pi \end{cases}$ بصورت انتگرال فوریه نوشته شود، آنگاه

الف. $f(x) = 2 \int_0^\infty \frac{\cos \alpha \pi}{\alpha} \sin \alpha x d\alpha$ ب. $f(x) = 2 \int_0^\infty \frac{\sin \alpha \pi}{\alpha} \cos \alpha x d\alpha$

ج. $f(x) = 2 \int_0^\infty \frac{\sin \alpha x}{\alpha} \cos \alpha \pi d\alpha$ د. $f(x) = 2 \int_0^\infty \frac{\cos \alpha x}{\alpha} \sin \alpha \pi d\alpha$

۱۹. حاصل انتگرال $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx$ برابر است با:

الف. $\frac{\pi}{2}$ ب. $\frac{\pi}{3}$ ج. $\frac{\pi}{4}$ د. π

۲۰. معادله $u_{xx} + 2u_{xy} + 3u_{yy} = 1$ یک معادله

ب. سهمی وار است

الف. هذلولیگون است

د. خطی همگن است

ج. بیضی وار است

نام درس: ریاضیات مهندسی

رشته تحصیلی و کد درس: مهندسی کامپیوتر - ۱۱۱۱۰۹۵

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون: تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰ دقیقه

آزمون نمره منفی دارد ○ ندارد ⊗

کد سری سؤال: یک (۱)

استفاده از:

مجاز است.

سؤالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره است.

۱. درستی روابط زیر را ثابت کنید.

$$\left[\frac{\cot \theta + i}{\cot \theta - i} \right]^n = \frac{\cot n\theta + i}{\cot n\theta - i} \quad \text{الف.}$$

$$(\sqrt{3} - i)^n + (\sqrt{3} + i)^n = 2^{n+1} \cos\left(\frac{n\pi}{6}\right) \quad \text{ب.}$$

۲. نشان دهید که نوار نیمه نامتناهی $|x| \leq \frac{\pi}{2}$ ، $y \geq 0$ تحت تبدیل $w = (\sin z)^{\frac{1}{2}}$ به روی قسمتی از ربع اول که زیر خط $u = v$ قرار دارد، نگاشته می شود.

۳. الف. حاصل $\oint_C \frac{\cosh z \, dz}{z^2 - 2z}$ را بیابید که در آن C مرز دایره $|z| = 1$ است.
ب. حاصل $\int_0^\infty \frac{d\theta}{\sqrt{2 - \cos \theta}}$ را بیابید.

۴. سری فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} -k & -\pi < x < 0 \\ k & 0 < x < \pi \end{cases}$ را برای فاصله $(-\pi, \pi)$ بنویسید با این شرط که $f(x + 2\pi) = f(x)$.

۵. معادله زیر را با شرایط داده شده حل کنید.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad 0 < x < \pi, \quad t > 0$$

$$u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \quad 0 \leq t \leq \pi$$

$$u(x, 0) = \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi$$



صفحه ۱ از ۲

نام درس: ریاضیات مهندسی

کد درس: ۱۱۱۰۹۴

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر

مقطع: کارشناسی سال تحصیلی: ۸۹-۸۸ نیمسال: اول نمره: ۱۰

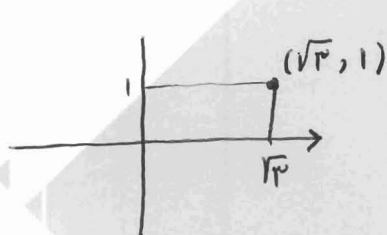
جواب سؤال ۱

$$\left[\frac{\cot \theta + i}{\cot \theta - i} \right]^n = \frac{\left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta} + i \right)^n}{\left(\frac{\cos \theta}{\sin \theta} - i \right)^n} = \frac{(\cos \theta + i \sin \theta)^n}{(\cos \theta - i \sin \theta)^n}$$

(الف)

$$= \frac{\cos n\theta + i \sin n\theta}{\cos n\theta - i \sin n\theta} = \frac{\cot n\theta + i}{\cot n\theta - i}$$

(ب)



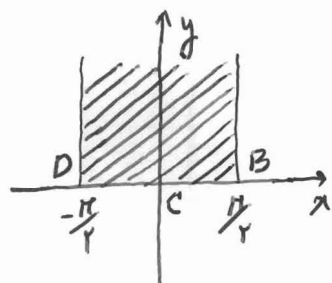
$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$(\sqrt{3} - i)^n + (\sqrt{3} + i)^n = 2^n \left(\cos \frac{n\pi}{6} + i \sin \frac{n\pi}{6} \right)$$

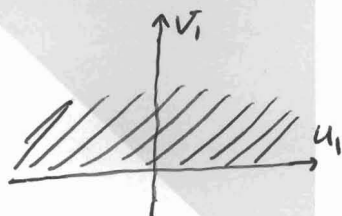
$$+ 2^n \left(\cos \frac{n\pi}{6} - i \sin \frac{n\pi}{6} \right) = 2 \left(2^n \cos \frac{n\pi}{6} \right) = 2^{n+1} \cos \frac{n\pi}{6}$$

جواب سؤال ۲

نقطه $w = (\sin z)^{\frac{1}{4}}$ را بصورت ترکیب دو نقطه $w_1 = \sin z$ و $w = (w_1)^{\frac{1}{4}}$



صفحه z



صفحه w_1



صفحه w

نیم صفحه بالای صفحه w_1 را در مختصات قطبی می توانیم بصورت زیر نمایش دهیم

$$\begin{cases} w_1 = \rho e^{i\varphi} \\ 0 < \rho < \infty, 0 < \varphi < \pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} w = (w_1)^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\rho} e^{i\varphi/4} \\ 0 < \varphi < \pi/4 \end{cases}$$

صفحه: ۲ از ۲

نام درس: ریاضیات مهندسی

کد درس: ۱۱۱۱۰۹۵

رشته تحصیلی: گرایش: مهندسی کامپیوتر

مقطع: کارشناسی سال تحصیلی: ۸۹-۸۸ نیمسال: اول نوبت: ترم تابستان تاریخ آزمون: بارم: ۱۰ نفره

جواب سؤال ۲

الف) مثال ۴ صفحه ۷۷ منبع درسی

ب)

$$\theta = \frac{1}{r} \left(z + \frac{1}{z} \right)$$

$$d\theta = \frac{dz}{iz}$$

$$\oint \frac{\frac{dz}{iz}}{\sqrt{2} - \frac{1}{r} \left(z + \frac{1}{z} \right)} = \oint \frac{dz}{-\frac{i}{r} (z^2 - 2\sqrt{2}z + 1)} = -\frac{r}{i} \oint \frac{dz}{(z - \sqrt{2} - 1)(z - \sqrt{2} + 1)}$$

اما قطب ساده $z_p = \sqrt{2} - 1$ داخل را به قرار دارد داریم

$$\text{Res}_{z=z_p} \frac{1}{(z - \sqrt{2} - 1)(z - \sqrt{2} + 1)} = \left[\frac{1}{z - \sqrt{2} - 1} \right]_{z=\sqrt{2}-1} = -\frac{1}{2}$$

لذا جواب بصورت زیر است

$$2\pi i \cdot \left(-\frac{r}{i}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 2\pi$$

جواب سؤال ۳

مثال ۲ صفحه ۱۴۱ فصل ۴ منبع درسی

جواب سؤال ۴

مثال ۱۴ صفحه ۲۰۸ منبع درسی